

УДК 621.777; 658.567

Евстратов В. А.
Кротенко Г. А.
Левченко В. Н.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВЫДАВЛИВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ТРЕХМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ

В последние годы процессы выдавливания приобретают все более широкое применение в различных отраслях промышленности. Успешно освоены процессы выдавливания симметричных деталей с постоянной по периметру толщиной стенки (например, деталей велосипедов, поршневые пальцы, толкатели клапанов, баллончики для аэрозольных лекарств и тубиков для парфюмерии и т. п.). На очереди освоение выдавливания деталей с переменной по периметру толщиной стенки.

Применение этого малоотходного и высокопроизводительного метода обработки металлов давлением позволяет повысить коэффициент использования металла до 0,95 и довести производительность до 40 деталей в минуту. Именно таким образом уже изготавливают детали простой формы, например, квадратные или прямоугольные тонкостенные корпуса реле и приборов и многие другие. Выдавливание коробок и других деталей с переменной по периметру толщиной стенки характеризуется значительной неравномерностью деформации, поэтому высота детали получается переменной по периметру. Подобный дефект в обработке металлов давлением получил название фестонов. Образование фестонов вынуждает увеличивать расход металла и вводить дополнительную трудоемкую операцию – подрезку торца. Чтобы повысить экономичность выдавливания, необходимо предотвратить образование фестонов. Сегодня требуются высокоэффективные и конкурентоспособные технологии изготовления сложных деталей с переменной по периметру толщиной стенок. При этом необходимо учитывать кинематические особенности процесса.

Особенности деформации (образование фестонов и даже разрывы стенок из-за неравномерной деформации), силовой режим и предельные возможности процесса выдавливания таких деталей в настоящее время проанализированы либо только экспериментально, либо с использованием допущения о плоском или осесимметричном течении металла [1–3]. Полученные результаты носят узкоконкретный характер и явно недостаточны. Поэтому возникла необходимость в разработке методики построения математических моделей процессов выдавливания в условиях трехмерного (неосесимметричного) течения.

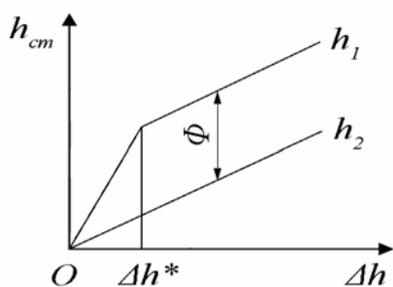


Рис. 1. Графики зависимости высоты стенки h_{cm} (толстой h_1 и тонкой h_2) от относительной деформации заготовки Δh : Φ – высота фестонов

К сожалению, теоретический анализ процессов трехмерного течения, когда $v_x \neq 0$; $v_y \neq 0$; $v_z \neq 0$ (или в цилиндрической системе координат $v_r \neq 0$; $v_\theta \neq 0$; $v_z \neq 0$), описан только в общем виде и о таких процессах сказано, что их теоретический анализ представляет исключительно сложную задачу [4, 5].

Целью работы является разработка математической модели процессов выдавливания в условиях трехмерного течения.

Наши исследования показали, что все процессы деформации деталей с переменной по периметру толщиной стенки протекают в два этапа: вначале имеет место осесимметричное течение металла, а затем наступает стадия, при которой осевая компонента скорости любой точки стенки детали есть функция угловой координаты. Это приводит к образованию фестонов, т. е.

переменной высоты стенки по ее периметру (рис. 1). Поэтому допущение об осевой симметрии деформации деталей с переменной по периметру толщиной стенки на протяжении всего процесса выдавливания некорректно, поскольку описывает действительный процесс деформации неадекватно.

Для демонстрации возможностей предлагаемого метода рассмотрим задачу анализа процесса выдавливания детали в виде квадратной призмы с цилиндрическим отверстием (рис. 2, а).

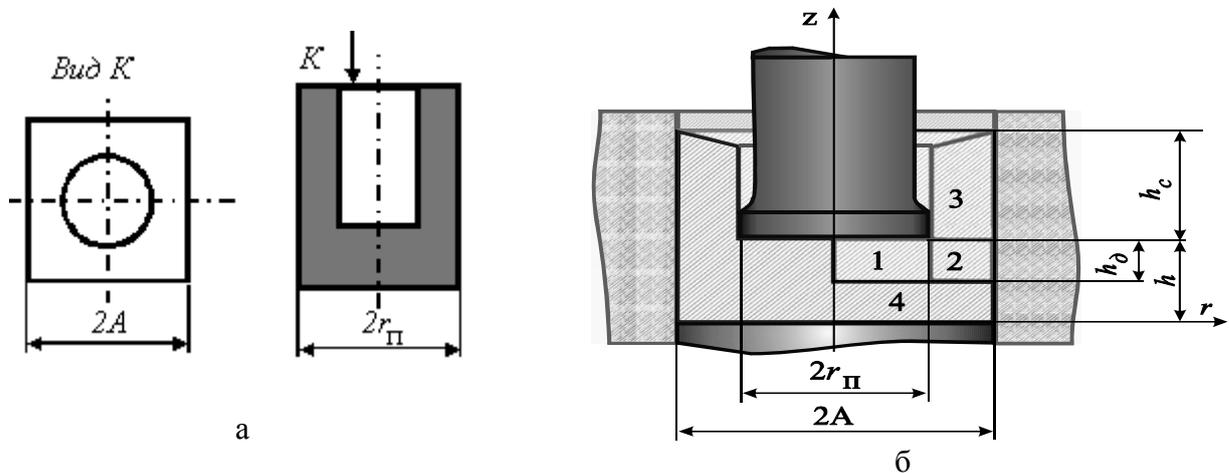


Рис. 2. Схема выдавливания детали (а) и разбивка заготовки на зоны (б)

Компоненты скоростей деформации, входящие в основное уравнение энергетического метода, представим в виде так называемых подходящих функций, исходя из граничных условий и условия постоянства объема. Анализ опубликованных данных и многочисленные расчеты показывают, что вид подходящих функций скоростей незначительно влияет на усилие деформирования [5]. Это позволяет при анализе процессов со сложной кинематикой течения металла использовать сравнительно простые разрывные функции, получая при этом решение с достаточной для практики точностью.

В рассматриваемом на рис. 2 случае в очаге пластической деформации все три компоненты скоростей v_r , v_θ , v_z каждой материальной частицы отличны от нуля. На начальном этапе деформации энергетически более выгодным оказывается схема радиального течения металла, скорость v_z в зоне 3 получается переменной по z , в связи с чем происходит формирование фестонов – торец заготовки приобретает волнообразность.

На заключительной стадии, при которой сформировавшаяся стенка высотой h_c влияет как жесткая зона и выравнивает по углу θ скорость v_z . На этой стадии размеры сформированного фестоны уже не изменяются, а так как толщина стенки по θ переменна, то это приводит к формированию вихревого течения в зонах 1 и 2, при котором $v_\theta \neq 0$.

Для первой стадии формоизменения заготовки можно использовать такие подходящие функции, описывающие течение металла в зонах 1, 2 и 3, удовлетворяющие граничным условиям:

$$\begin{aligned} v_{z1} &= -\frac{v_n}{h} [z - (h_\delta - h)]; & v_{r1} &= \frac{v_n}{2h_\delta} \cdot r; & v_{\theta1} &= 0; \\ v_{z2} &= \frac{v_n}{h} \cdot [z - (h_\delta - h)] \cdot f(\theta); & v_{r2} &= \frac{v_n}{2 \cdot h_\delta} \cdot \frac{(A^2 - r^2 \cdot \cos^2 \theta)}{r} \cdot f(\theta); & v_{\theta2} &= 0; \\ v_{z4} &= v_n \cdot f(\theta); & v_{r4} &= 0; & v_{\theta4} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $f(\theta) = \frac{r_n^2 \cdot \cos^2 \theta}{A^2 - r_n^2 \cdot \cos^2 \theta}$; v_n – скорость пуансона; h_δ – глубина распространения

очага пластической деформации (см. рис. 2, б).

Относительное удельное усилие деформации \bar{p} рассчитываем по известным методикам, описанным в работах [4, 5]:

$$\bar{p} = \frac{1}{v_n \cdot \sigma_s \cdot \pi \cdot r_n^2} \cdot \sum_{i=1}^{11} N_i, \quad (2)$$

где N_i – мощности внутренних сил сопротивления деформации, контактного трения и сдвига, вычисленные для каждой из одиннадцати зон детали.

Соотношение (2) есть функция свойств деформируемого материала (σ_s), размеров заготовки и инструмента, показанных на рис. 2, условий трения на контактных поверхностях матрицы и пуансона (μ_1 и μ_2), а также варьируемого параметра \bar{h}_∂ , который определяет глубину распространения очага пластической деформации. Подставив в выражение (2) значение вычисленных мощностей и преобразовав его к критериальному виду, находим:

$$\bar{p} = a_0 + a_1 \cdot \bar{h}_\partial + a_2 \cdot \frac{1}{\bar{h}_\partial}, \quad (3)$$

где \bar{h}_∂ – безразмерный параметр, определяющий относительную глубину распространения очага пластической деформации: $\bar{h}_\partial = \frac{h_\partial}{A}$; a_0 , a_1 и a_2 – коэффициенты, которые однозначно определены из выражения (2).

Выражение (3) – это функция, которая представляет собой математическую модель процесса. Она объединяет силовые и кинематические характеристики процесса и позволяет провести анализ силового режима выдавливания и кинематики течения металла. Относительное удельное усилие деформации \bar{p} можно определить из зависимости (3), если известна глубина распространения очага пластической деформации \bar{h}_∂ . В соответствии с принципом минимума полной энергии деформации действительные значения \bar{h}_∂ должны минимизировать функцию (3). Это условие можно представить в виде дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{h}_\partial} = 0, \quad (4)$$

из которого можно найти значение \bar{h}_∂ , минимизирующее функцию (3).

Таким образом, зная размеры детали (A , $d = 2r_n$), заготовки (h_3), а также механические характеристики материала заготовки (σ_s) и коэффициенты трения на матрице и пуансоне (μ_1 и μ_2), по соотношению (4) можно найти относительную глубину распространения очага пластической деформации \bar{h}_∂ , а затем относительное удельное деформации \bar{p} , построить поля скоростей для зон 1–3, а уже по этим данным рассчитать полное усилие деформации F_∂ , необходимое для выбора оборудования, и установить конечное формоизменение, в частности, найти высоту фестонов h_ϕ .

Решения, полученные с помощью предложенной расчетной схемы и математической модели процесса (3), представлены в виде графиков на рис. 3 и 4. Так как деталь симметричная, на графиках (см. рис. 3 и 4) представлены результаты расчета для $1/4$ детали, где угол θ изменяется от 0° до 90° .

Как видно из рис. 3, при принятой расчетной схеме относительная высота стенки детали $\bar{h}_c = \frac{h_c}{A}$ существенно зависит от угла θ , причем максимальная относительная высота стенки $\bar{h}_{c \max}$ получается при θ равном 0° и 90° , что соответствует наименьшей толщине стенки коробки, а минимальная высота – $\bar{h}_{c \min}$ – при $\theta = 45^\circ$, т. е. в углах детали.

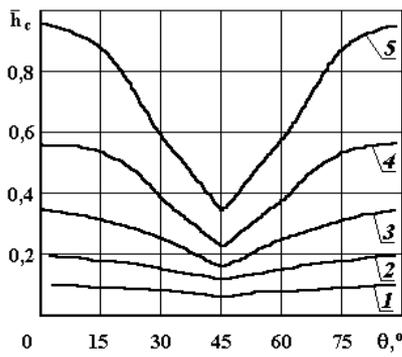


Рис. 3. Графики зависимости относительной высоты стенки h_c от угла θ при разных относительных радиусах пуансона r_n ($\Delta h/h_3 = 0,9$):
1 – 0,4; 2 – 0,5; 3 – 0,6; 4 – 0,7; 5 – 0,8

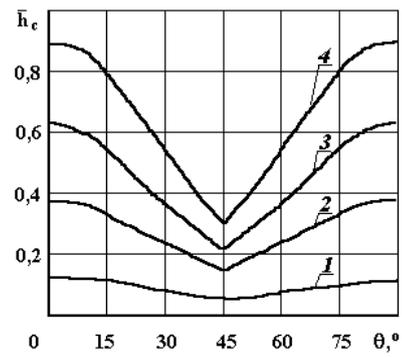


Рис. 4. Графики зависимости относительной высоты стенки h_c от угла θ при разных значениях относительного хода пуансона $\Delta h/h_3$ ($r_n/A = 0,7$):
1 – 0,1; 2 – 0,3; 3 – 0,5; 4 – 0,7

Из рис. 4 видно, что высота фестона $h_\phi = h_c^{max} - h_c^{min}$ зависит от относительной толщины стенки и не зависит от высоты выдавленной детали после перехода на вторую стадию, когда радиальное течение переходит в вихревое.

При $\Delta h/h_3 > 0,2$ их положение на графике остается неизменным (см. рис. 1). Это свидетельствует о том, что радиальная схема течения металла характерна только для начальной стадии выдавливания, когда стенка невысокая, и мощность сдвига при образовании фестонов оказывается небольшой. Когда же сформировалась стенка определенной высоты, то энергетически более выгодным оказывается вихревое движение.

Рассмотрим вторую стадию процесса – вихревое течение металла, при которой сформированная стенка высотой h_c влияет как жесткая зона и выравнивает по углу θ скорость v_z (рис. 5). На этой стадии размеры сформированного фестона уже не изменяются (см. рис. 1), а так как толщина стенки по θ переменна, то это приводит к формированию трехмерного (вихревого) течения, при котором в зонах 2 и 3 имеем $v_\theta \neq 0$ (см. рис. 2).

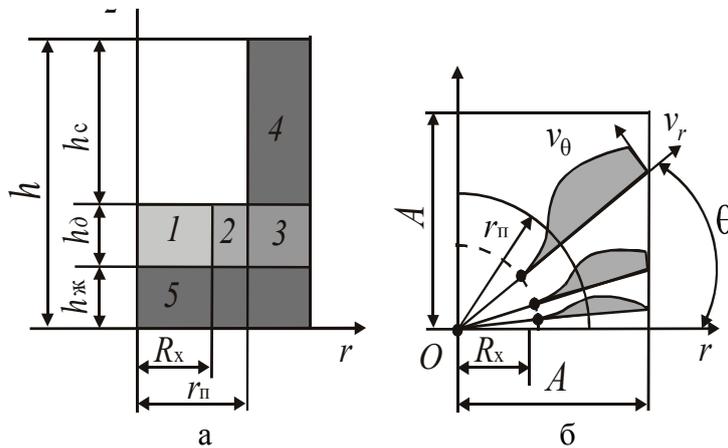


Рис. 5. Схема разбивки детали на зоны (а) и схема трехмерного течения в зонах 2 и 3 (б)

Для течения, при котором все три компоненты скоростей v_r , v_θ и v_z отличны от нуля, условие постоянства объема имеет вид:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right) = 0. \tag{5}$$

Это дифференциальное уравнение содержит три неизвестные функции v_r , v_θ и v_z . Поэтому, если задать две функции v_θ и v_z , то можно определить и функцию v_r из условия постоянства объема.

Для этого можно использовать подходящие функции, описывающие течение металла в зонах 1, 2 и 3 (зоны 4 и 5 – жесткие, поэтому в них все компоненты скоростей или их производные равны нулю), удовлетворяющие граничным условиям.

Для области 1 ($0 < r < R_x$) характерно чисто радиальное течение металла, которое описывается функциями, линейными относительно независимых переменных r и z :

$$v_{z1} = -\frac{v_n}{h_0} \cdot [z - (h - h_0)]; \quad v_{r1} = \frac{v_n}{2h_0} \cdot r; \quad v_{\theta1} = 0.$$

Для областей 2 и 3 ($R_x < r < r_n$, а также $R_x < r < A/\cos\theta$) характерно вихревое течение, которое описывается достаточно сложными подходящими функциями (это первая существенная трудность при анализе вихревого процесса):

$$v_{z2} = -\frac{v_n}{h_0} \cdot [z - (h - h_0)]; \quad v_{z3} = \frac{v_n}{h_0} \cdot [z - (h - h_0)] \cdot \frac{\pi \cdot r_n^2}{4 \cdot A^2 - \pi \cdot r_n^2};$$

$$v_{\theta2} = [c_0 + c_1 \cdot r + c_2 \cdot r^2 + c_3 \cdot r^3] \cdot (\sin 4\theta + \lambda \cdot \sin 8\theta) \cdot v_n; \quad v_{\theta3} = v_{\theta2},$$

где r , θ и z – независимые переменные;

c_0 , c_1 , c_2 , c_3 и λ – варьируемые параметры.

На основании предварительных экспериментальных исследований и теоретического анализа установлено, что $0 < \lambda < 0,5$.

Функции v_{r2} и v_{r3} для областей 2 и 3 можно найти из условия несжимаемости:

$$v_{r2} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{\partial v_{z2}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\theta}}{\partial \theta} \right) r dr + C_2 \right]; \quad v_{r3} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{\partial v_{z3}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\theta}}{\partial \theta} \right) r dr + C_3 \right].$$

Интегрирование приводит к получению весьма сложных выражений такого вида:

$$v_r = f_r(c_0, c_1, c_2, c_3, h_0, \theta, \lambda, R_x).$$

Здесь R_x – независимая переменная, позволяющая определить границу областей 1 и 2.

Так как функции v_{θ} и v_r описываются с использованием пяти варьируемых параметров, то для их определения в работе приняты допущения, учитывающие характер деформации в областях 2 и 3.

Далее используется уже известная процедура вычисления усилия деформации (см. выражение (2)). Однако в этом случае оно содержит неизвестные варьируемые параметры (и это вторая значительная трудность анализа вихревого течения!). Поэтому приходится численно минимизировать усилие деформации и отсюда определять значения варьируемых параметров. Эта процедура оказывается очень трудоемкой. Тем не менее, принятые допущения для определения параметров функций v_{θ} и v_r , а также минимизирующие функцию F_{δ} , позволяют производить расчеты и описать характер течения металла на всех стадиях выдавливания с достаточной точностью.

Обобщение полученных расчетов позволяет установить, что при $\Delta h \approx 0,2h_3$ наблюдается переход от радиального к вихревому течению (рис. 6).

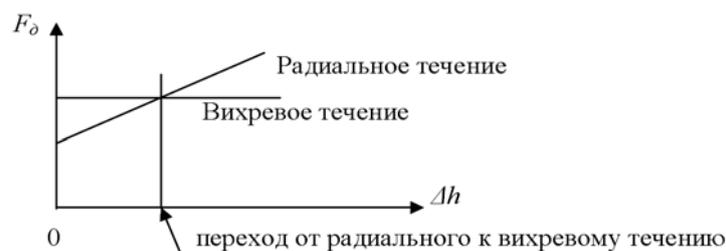


Рис. 6. Зависимость усилия деформации F_{δ} от хода пуансона Δh для разных видов течения металла

Наконец, есть большое количество деталей, формоизменение которых протекает в условиях вихревого течения с самого начала деформации, например, при осадке квадратной заготовки в цилиндрической матрице радиусом r_m .

Схема такой операции представлена на рис. 6. Ее анализ возможен только путем математического моделирования неосесимметричных процессов. Задачи, в которых имеет место трехмерное неосесимметричное (вихревое) течение, с достаточной точностью могут быть решены энергетическим методом в цилиндрической системе координат в его классическом вариационном виде.

Разбивка заготовки на области базируется на результатах, которые получены в ходе предварительных экспериментов. Было установлено, как именно протекает процесс, и какие подходящие функции, описывающие поле скоростей течения металла, можно использовать. В связи с симметрией детали можно рассматривать только 1/8 ее часть (см. рис. 5). Для удобства расчетов на рис. 5 заготовка повернута на угол $\pi/4$.

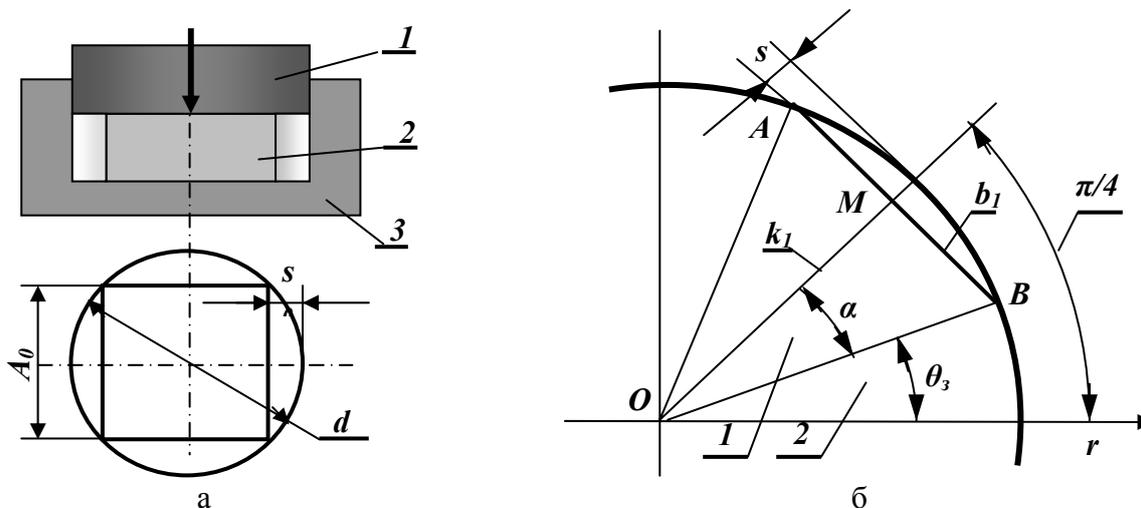


Рис. 7. Схема осадки квадратной заготовки в цилиндрической матрице (а): 1 – пуансон; 2 – заготовка; 3 – матрица; разбивка заготовки на области (б)

В треугольнике OMB имеем следующие очевидные соотношения:

$$b_1 = r_m \cdot \sin \alpha; \quad k_1 = r_m \cdot \cos \alpha; \quad \alpha = \left(\frac{\pi}{4} - \theta_3 \right).$$

Незаполнение матрицы s определяется по формуле: $s = r_m \cdot (1 - \cos \alpha)$.

Очаг деформации разбиваем на две области: I – область вихревого и радиального течения металла, II – область чисто вихревого течения. Очевидно, что в процессе осадки угол заполнения θ_3 , который определяет область II , увеличивается, а угол α , который определяет область I , уменьшается. При этом хорда AB стягивается, зазор между стороной заготовки и стенкой матрицы уменьшается от s_0 (см. рис. 7, а) до s (см. рис. 8) и далее до нуля.

Компоненты скоростей деформации v_r, v_θ, v_z , входящие в основное уравнение энергетического метода, представляем в виде так называемых подходящих функций, соблюдая граничные условия и условие постоянства объема. Анализ опубликованных данных и многочисленные расчеты показывают, что вид подходящих функций скоростей незначительно влияет на усилие деформирования [5, 6]. Это позволяет при анализе процессов со сложной кинематикой течения металла использовать сравнительно простые разрывные функции, получая при этом решение с достаточной для практики точностью.

Принимая во внимание граничные условия в областях 1 и 2 (см. рис. 5), в принятой расчетной схеме течение металла может быть описано следующими зависимостями:

в области 1:

по оси z при $z = 0$ $v_z = 0$; при $z = h$ $v_z = -v_n$; по оси r – при $r = 0$ $v_r = 0$;

в области 2:

по оси z при $z = 0$ $v_z = 0$; при $z = h$ $v_z = -v_n$;

по оси r при $0 \leq r \leq r_m$ и $\theta \leq \theta_3$ $v_r = 0$, $v_\theta \neq 0$.

С учетом граничных условий находим $v_{z1,2} = -\frac{v_n}{h_0} \cdot z$.

Для определения v_{r1} воспользуемся условием постоянства объема (5):

$$v_{r1} = \frac{v_n \cdot r \cdot \pi}{8 \cdot h \cdot \alpha}.$$

Учитывая граничные условия (при $\theta = \frac{\pi}{4}$ $v_\theta = 0$; при $\theta = \theta_3 = \frac{\pi}{4} - \alpha$ $v_{\theta1} = v_{\theta2}$), находим:

$$v_{\theta1} = \frac{v_n \cdot r}{h} \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right) \cdot \left(\frac{\pi}{4\alpha} - 1 \right).$$

Компоненту $v_{\theta2}$ определяем из условия постоянства объема, воспользовавшись граничными условиями $v_\theta = 0$ при $r = 0$. Тогда: $v_{\theta2} = \frac{v_n \cdot r}{h} \cdot \theta$.

Угол α определяем из условия постоянства объема исходной и деформированной заготовки:

$$\frac{\frac{1}{8} \cdot A_0^2 \cdot h_0}{r_m^2 \cdot (h_0 - \Delta h)} - \frac{\sin 2\alpha}{4} - 0,5 \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = 0. \quad (6)$$

Компоненту v_{r2} находим из граничных условий. Получаем $v_{r2} = 0$.

Полученные зависимости для компонент скоростей, скоростей деформации, интенсивности скоростей деформации дают возможность описать деформированное состояние во всем объеме заготовки и перейти к построению математической модели процесса. Для этого используем первое основное уравнение энергетического метода [6]:

$$F_\partial = \frac{1}{v_n} \left[\sum_{h=1}^H \left(\iiint_V \sigma_s \xi_i dV \right)_h + \sum_{m=1}^M \left(\iint_F \tau_k \sqrt{v_k^2 + v_l^2} dF \right)_m + \sum_{n=0}^N \left(\iint_G \tau_s \Delta v dG \right)_n \right], \quad (7)$$

которое выражает условие равенства мощностей всех внутренних и внешних сил. Отсюда находим относительное удельное усилие деформации \bar{p} :

$$\bar{p} = \frac{1}{v_n \cdot \sigma_s \cdot A_3} \cdot \sum_{i=1}^n N_i. \quad (8)$$

Здесь N_i – мощности внутренних сил сопротивления деформации, контактного трения и сдвига, вычисленные для каждой из зон детали; v_n – скорость пуансона; σ_s – напряжение текучести деформируемой заготовки; A_3 – площадь заготовки.

Соотношение (8) есть функция свойств деформируемого материала (σ_s), размеров заготовки (A_3) и инструмента (r_m), условий трения на контактных поверхностях матрицы и пуансона (μ_1 и μ_2). Это соотношение есть неявная функция угла α , которую можно рассматривать как математическую модель процесса осадки квадратной заготовки в цилиндрической матрице. Полученная функция не имеет аналитического решения относительно α , поэтому решаем его численно с помощью пакета MathCAD. Решения $F_\partial = f(\alpha)$ и $F_\partial = F(\Delta h)$ представляем в графическом виде (рис. 8).

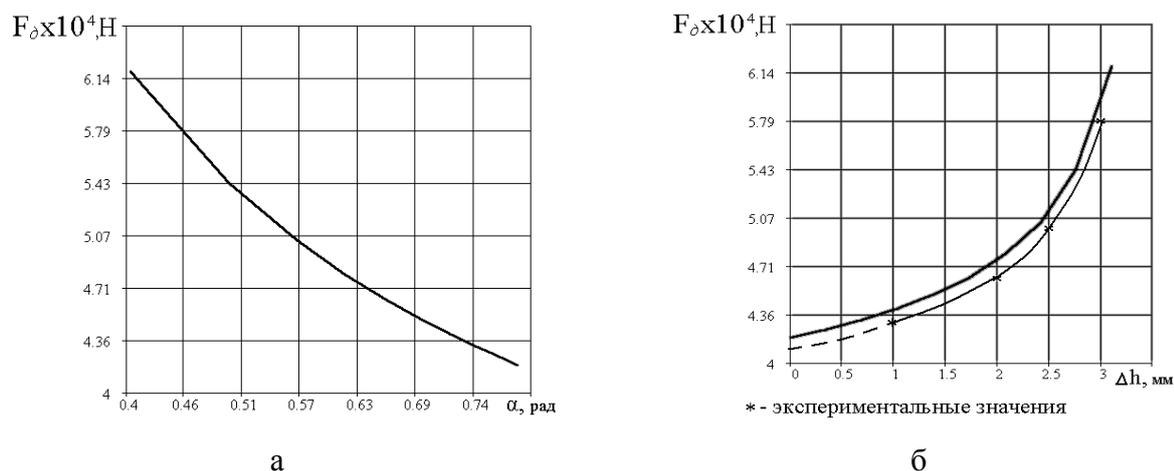


Рис. 8. Зависимость усилия осадки квадратной заготовки в цилиндрической матрице: а – от угла незаполнения α ; б – от хода пуансона Δh

ВЫВОДЫ

Известные из литературы методы анализа процессов течения металла при выдавливании деталей с переменной по периметру толщиной стенки характеризуются значительными упрощениями, которые не позволяют проанализировать поля скоростей и получить адекватные решения по формоизменению деталей.

Выдавливание деталей с переменной по периметру толщиной стенки характеризуется сложным трехмерным течением металла. На примерах выдавливания квадратной детали с цилиндрическим отверстием и осадки квадратной заготовки в цилиндрической матрице показана возможность использования метода теоретического анализа процесса деформации при явно выраженном неосесимметричном течении металла.

Теоретический анализ процесса выдавливания при наличии нескольких варьируемых параметров представляет значительные трудности, поэтому его можно выполнить только на ЭВМ с достаточно производительными процессорами.

Предложенный метод теоретического анализа можно успешно использовать для анализа процессов деформации весьма сложных деталей, в которых течение металла характеризуется трехмерным течением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берлин Б. М. Некоторые особенности изготовления полых фланцевых поковок на высокоскоростном молоте / Б. М. Берлин, В. М. Соленов, В. Г. Целяев // Кузнечно-штамповочное производство. – 1972. – № 10. – С. 6–8.
2. Семенов И. Е. Расчет усилия деформирования при обратном выдавливании изделий коробчатой формы / И. Е. Семенов // Труды МВТУ. Машины и технология обработки металлов давлением. – М.: Машиностроение, 1978. – № 263. – С. 130–132.
3. Куликов И. В. Силовой режим выдавливания деталей коробчатой формы / И. В. Куликов // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. Прогрессивная технология обраб. металлов. – 1985. – № 225. – Вып. 6. – С. 68–70.
4. Теория обработки металлов давлением / Под ред. И. Я. Гарновского. – М.: Металлургия, 1963. – 672 с.
5. Евстратов В. А. Теория обработки металлов давлением / В. А. Евстратов. – Харьков: Выща школа, 1981. – 248 с.
6. Евстратов В. А. Математическое моделирование формоизменения и силового режима выдавливания в условиях вихревого течения. Часть I. Анализ образования фестонов / В. А. Евстратов, Г. А. Кротенко // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні: темат. зб. наук. пр. – Краматорськ, 2002. – С. 245–249.

Евстратов В. А. – д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;
 Левченко В. Н. – канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПИ»;
 Кротенко Г. А. – науч. сотрудник НТУ «ХПИ».

НТУ «ХПИ» – Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков.

E-mail: omd@front.ru